

Berechne die Zahl π aus Zufall

Das Bild zeigt echte Zufallszahlen (1=grau, 0=weiß). Diese wurden aus einem optischen Aufbau generiert, der bis Ende des Semesters auf der Internetseite *ZufallsmaschineSS19.github.io* veröffentlicht und erklärt wird.

Die Zahl $\pi = 3.141592653589793\dots$, die ursprünglich das Verhältnis zwischen Umfang und Durchmesser eines Kreises angibt ($\pi = \frac{u}{d}$), kann auch über die sogenannte **Monte-Carlo-Integration** bestimmt werden. Dabei gilt, dass das Verhältnis zwischen einer Kreisfläche A_{Kreis} und eines größeren Quadrats A_{Quadrat} gleich dem Verhältnis der Anzahl von zufälligen Punkten im Kreis N_{Kreis} und der Gesamtzahl N_{Gesamt} ist:

$$\text{Verhältnis } V = \frac{N_{\text{Kreis}}}{N_{\text{Gesamt}}} = \frac{A_{\text{Kreis}}}{A_{\text{Quadrat}}} = \frac{\pi r^2}{x^2}$$

Stellt man diese Formel um, so erhält man eine Näherungsgleichung für π :

$$\pi \approx \frac{N_{\text{Kreis}}}{N_{\text{Gesamt}}} \cdot \frac{x^2}{r^2}$$

wobei r der Radius des Kreises und x die Kantenlänge des Quadrats ist.

Anleitung

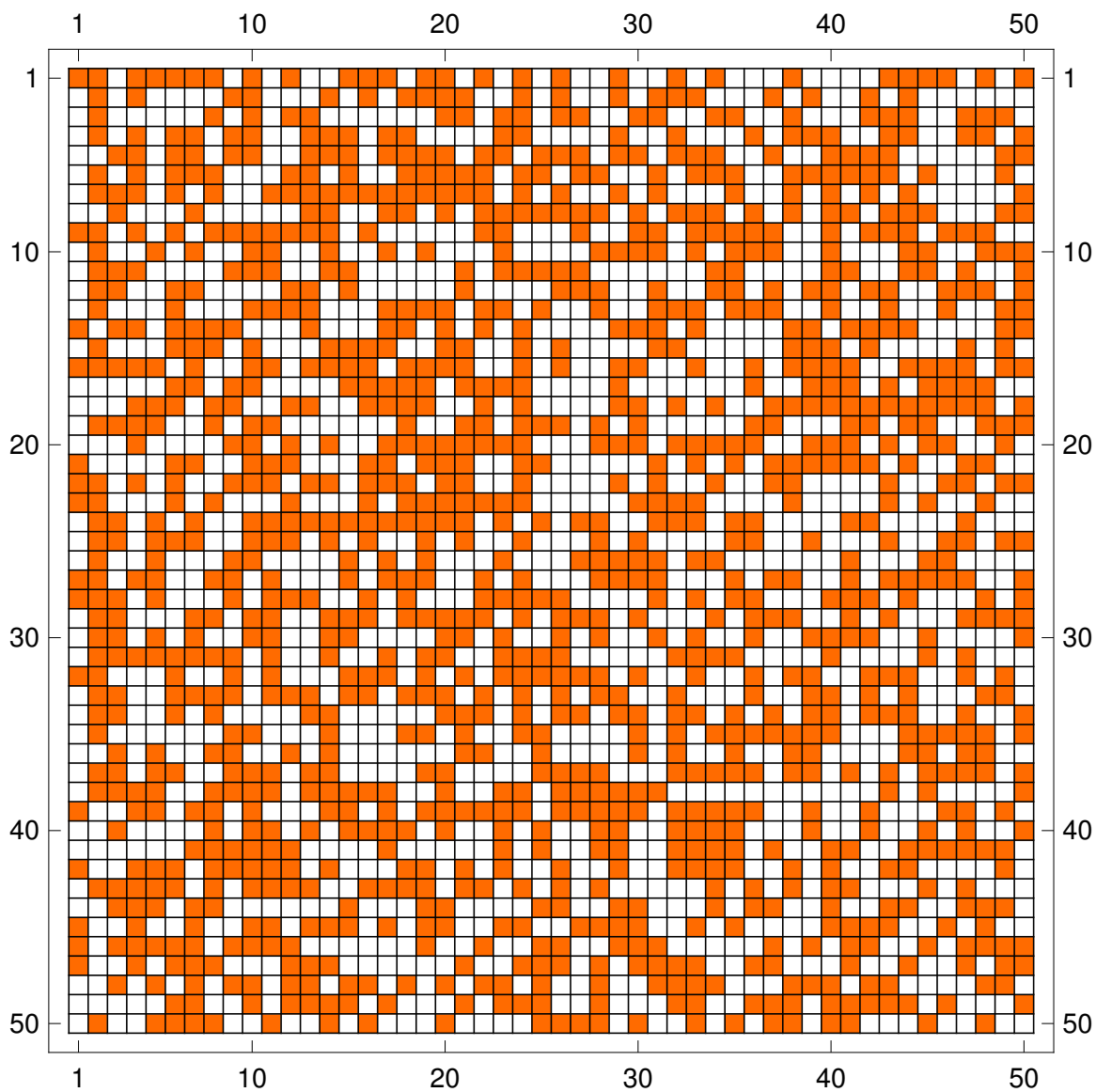
1. Wähle eine Schablone für den Kreis.
2. Zeichne diesen Kreis irgendwo in das Quadrat mit den Zufallszahlen, sodass er vollständig drin liegt.
3. Ermittle die Anzahl der grauen Punkte im Kreis. Ein angeschnittenes Feld zählt als drin, wenn mehr als die Hälfte im Kreis ist.
4. Setze nun die ermittelte Anzahl in die zur Schablone passende Formel ein.
Wir haben dir schon mal geholfen und die restlichen Größen eingesetzt.
5. Beobachte wie gut deine Schätzung ist und wie das Ergebnis von der Wahl der Schablone abhängt!

Viel Spaß beim zählen !

Beachte die Hinweise an den Schablonen.

Bitte Wenden ->

Zufallszahlen für π -Berechnung



$$\pi \approx \frac{N_{\text{Kreis}}}{N_{\text{Gesamt}}} \cdot \frac{x^2}{r^2}$$

Schablone 1	Schablone 2	Schablone 3
$r = 5$ $x = 50$ $N_{\text{Gesamt}} = 1249$ $N_{\text{Kreis}} =$	$r = 15$ $x = 50$ $N_{\text{Gesamt}} = 1249$ $N_{\text{Kreis}} =$	$r = 25$ $x = 50$ $N_{\text{Gesamt}} = 1249$ $N_{\text{Kreis}} =$
$\pi \approx \frac{\quad}{1249} \cdot \frac{2500}{25}$ $\pi \approx \text{-----} \cdot 0.080064$ $\pi \approx$	$\pi \approx \frac{\quad}{1249} \cdot \frac{2500}{225}$ $\pi \approx \text{-----} \cdot 0.008896$ $\pi \approx$	$\pi \approx \frac{\quad}{1249} \cdot \frac{2500}{625}$ $\pi \approx \text{-----} \cdot 0.003203$ $\pi \approx$